
Pythagoras

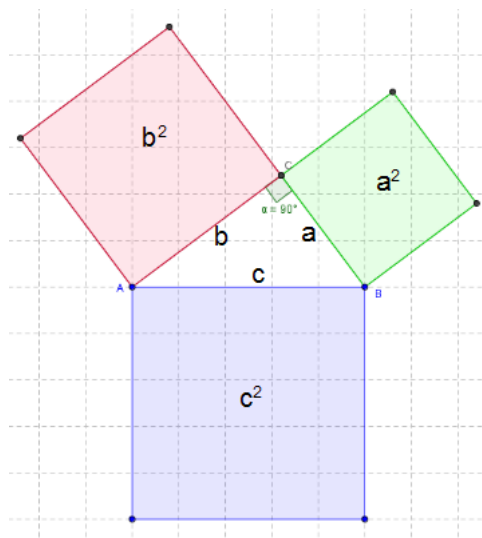
Satz, Beweis, Anwendung

1 Satz des Pythagoras

In jedem rechtwinkligen Dreieck ist die Summe der beiden Quadrate über den Katheten genauso groß wie das Quadrat über der Hypotenuse. in dem Dreieck ABC mit dem rechten Winkel bei C gilt also:

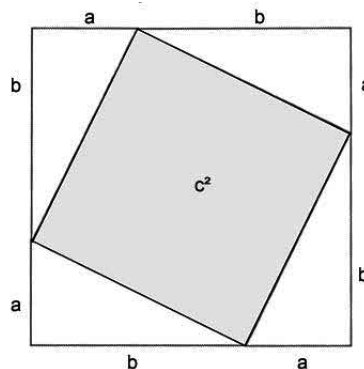
$$a^2 + b^2 = c^2$$

wobei a und b die Katheten sind und c die Hypotenuse bezeichnet.



2 Beweis

Zum Beweis kann folgende Figur dienen.



Die Fläche des großen Quadrats berechnet sich zu $(a + b)^2$. Dieses kann aber auch mit 4 Dreiecken ($4 \cdot \frac{a \cdot b}{2}$) und einem kleinen Quadrat (c^2) lückenlos ausgelegt werden. Wir erhalten:

$$(a + b)^2 = c^2 + 4 \cdot \frac{a \cdot b}{2}$$

Nun wenden wir die 1. bin. Formel auf der linken Seite des Gleichheitszeichens an und vereinfachen den Term auf der rechten Seite.

$$a^2 + 2ab + b^2 = c^2 + 2ab$$

Nach Subtraktion von $2ab$ ergibt sich:

$$a^2 + b^2 = c^2$$

3 Anwendung

Der Satz von Pythagoras stellt also eine (rechnerische) Beziehung zwischen den Seiten eines rechtwinkligen Dreiecks her. Mit seiner Hilfe können nun fehlende Seiten im rechtwinkligen Dreieck berechnet werden.

3.1 Beispiel

Wir berechnen die Länge einer Diagonalen d in einem Rechteck mit den Seiten $a = 7$ cm und $b = 4$ cm. Die Diagonale entspricht offensichtlich der Hypotenuse in einem rechtwinkligen Dreieck. Somit gilt: $d^2 = a^2 + b^2$. Durch Wurzelziehen erhält man

$$d = \sqrt{a^2 + b^2}$$

$$d = \sqrt{7^2 + 4^2} = \sqrt{49 + 16} = \sqrt{65} \approx 8,062$$

Die Länge der Diagonalen d beträgt ungefähr 8,1 cm.