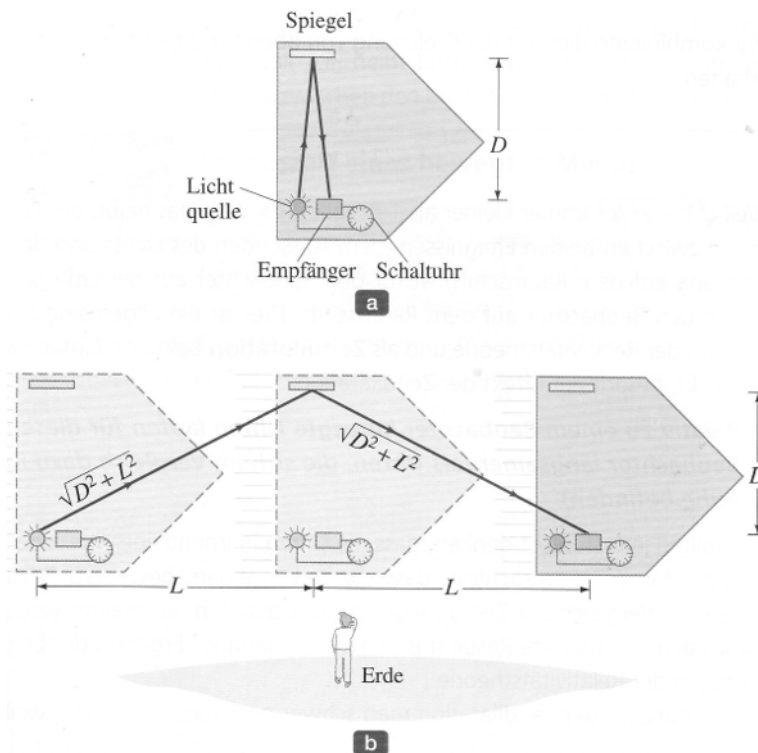


Exkurs Zeitdilatation & Zwillingsparadoxon

1 Zeitdilatation

Bei den Überlegungen zur Gleichzeitigkeit haben wir gesehen: Die Zeit selbst ist nicht absolut. Ein Gedankenexperiment zeigt, dass die Zeit in einem Bezugssystem anders verläuft als in einem anderen.



Die Abbildung zeigt ein Raumschiff, das mit hoher Geschwindigkeit an der Erde vorbeifliegt. Der Standpunkt des Beobachters im Raumschiff ist in Teil (a) zu sehen, und der des Beobachters auf der Erde in Teil (b).

Die Person auf dem Raumschiff (a) verwendet eine sogenannte *Lichtuhr*. Diese sendet einen Lichtstrahl aus und misst die Zeit Δt_0 , die das Licht für den Weg durch das Raumschiff hindurch und – nach Reflexion an einem Spiegel – zurück benötigt. Das vom Beobachter auf dem Raumschiff gemessene Zeitintervall ist also: $\Delta t_0 = \frac{2D}{c}$. Für den Beobachter auf der Erde (b) bewegt sich das Raumschiff jedoch. Somit legt das Licht den gezeigten diagonalen Weg zurück. Obwohl sich das Licht auch für diesen Beobachter mit derselben Geschwindigkeit ausbreitet, legt es eine größere Entfernung zurück. D. h., die vom Beobachter auf der Erde gemessene Zeit ist *größer* als die vom Beobachter im Raumschiff gemessene Zeit. Das vom Beobachter auf der Erde gemessene Zeitintervall Δt lässt sich leicht berechnen. In der Zeit Δt legt das Raumschiff mit der Geschwindigkeit v eine Entfernung von $2L = v\Delta t$ zurück. Das Licht legt auf seinem Weg durch das Raumschiff eine Gesamtentfernung von $2\sqrt{D^2 + L^2}$ zurück. Deshalb gilt:

$$c = \frac{2\sqrt{D^2 + L^2}}{\Delta t} = \frac{2\sqrt{D^2 + \frac{v^2(\Delta t)^2}{4}}}{\Delta t}$$

Wir quadrieren auf beiden Seiten und lösen nach Δt auf.

$$c^2 = \frac{4D^2}{(\Delta t)^2} + v^2 \Rightarrow \Delta t = \frac{2D}{c} \cdot \frac{1}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}$$

Wir kombinieren dies mit $\Delta t_0 = \frac{2D}{c}$ und erhalten:

$$\Delta t = \frac{\Delta t_0}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}$$

Weil $\sqrt{1 - v^2/c^2}$ immer kleiner als 1 ist, gilt $\Delta t > \Delta t_0$.

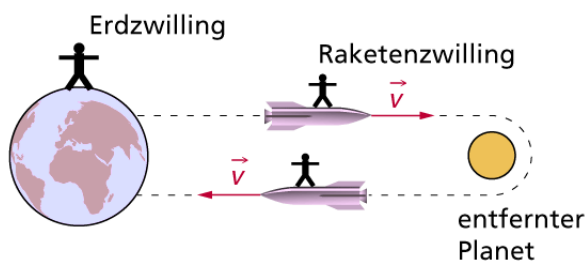
ZEITDILATATION: Relativ zu einem Beobachter bewegte Uhren laufen für diesen Beobachter langsamer als Uhren, die sich im Vergleich dazu in Ruhe befinden.

2 Zwillingsparadoxon

Kurz nachdem Einstein die spezielle Relativitätstheorie aufgestellt hatte, wurde auf ein offensichtliches Paradoxon hingewiesen. Beim sogenannten *Zwillingsparadoxon* handelt es sich um ein Gedankenexperiment mit folgender Ausgangssituation: Zwillinge haben praktisch das gleiche Alter. Sie können sich aber an verschiedenen Orten aufhalten, insbesondere auch in verschiedenen Inertialsystemen. Beispielsweise kann der eine Zwilling, den wir Erdzwilling nennen, ständig auf der Erdoberfläche verbleiben. Der andere Zwilling kann sich aber mit einem Raumschiff mit sehr hoher Geschwindigkeit zu einem entfernten Planeten und wieder zurück bewegen. Wir nennen ihn Raketenzwilling. Wegen der Zeitdilatation müsste der Alterungsprozess in den verschiedenen, zueinander bewegten Systemen unterschiedlich verlaufen. Bei seiner Rückkehr zur Erde müssten Erdzwilling und Raketenzwilling unterschiedlich gealtert sein.

tenzwillig langsamer als sein auf der Erde verbliebener Erdzwilling. Das gilt sowohl beim Hinflug als auch beim Rückflug. Wenn der Raketenzwilling auf die Erde zurückkehrt, wird er seinen nun stärker gealterter Zwilling Bruder auf der Erde treffen.

Das ist der Standpunkt des Zwillings auf der Erde. Aber was ist mit dem Raketenzwilling? Wenn alle Inertialsysteme gleichberechtigt sind, würde der reisende Zwilling alle Behauptungen wiederholen, die der Erdzwilling aufgestellt hat, jedoch von seinem Standpunkt aus gesehen. Könnte der Raketenzwilling nicht behaupten, dass die Zeit auf der Erde langsamer abläuft, weil sie sich mit hoher Geschwindigkeit von ihm wegbewegt, und der Erdzwilling deshalb langsamer altern sollte? Dies ist das Gegenteil von dem was der Erdzwilling vorausagt. Sie können nicht beide Recht haben, weil das Raumschiff schließlich zur Erde zurückkehrt und das Alter der Zwillinge direkt verglichen werden kann.



Analyse des Sachverhaltes

Der Raketenzwilling bewegt sich mit hoher Geschwindigkeit. Damit gehen die Uhren an Bord aufgrund der Zeitdilatation langsamer. Das gilt auch für alle Vorgänge an Bord. Somit altert der Rake-

tatsächlich gibt es aber keinen Widerspruch. Die Konsequenzen der speziellen Relativitätstheorie können nur auf Beobachter in Inertialsystemen angewendet werden. Die Erde ist (näherungsweise) ein solches Bezugssystem, das Raumschiff jedoch nicht. Das Raumschiff wird zu Beginn, bei der Umkehr und zu Ende der Reise beschleunigt. Während dieser Beschleunigungsphasen befindet sich der Raketenzwilling nicht in einem Inertialsystem, so dass die Vorhersagen des Raketenzwillings gemäß der speziellen Relativitätstheorie ungültig sind. Es gibt also kein Paradoxon. Die Vorhersagen des reisenden Zwillings sind nicht korrekt, die Vorhersagen des Zwillings auf der Erde sind gültig.